

DMT 系统中 MMSE 均衡算法的优化

卢绪成, 魏 江

(西北工业大学 电子信息学院, 陕西 西安 710129)

摘 要: 在分析离散多音系统中时域均衡前后信道能量分布的基础上对 MMSE 算法进行了改进, 提出了一种预估计时延的算法, 使得运算量大幅度下降. 对算法中代价函数进行优化, 实验证明, 优化后的算法在均方误差同等的情况下, 传输速率和信噪比都比原有算法有较大的提升.

关键词: DMT; 时域均衡; 最小均方误差; 循环前缀

中图分类号: TN911.5

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2011)02-0110-05

Optimization of MMSE Equalization Algorithm in DMT System

LU Xu-cheng, WEI Jiang

(Electronics and Information School, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: On the base of analyzing the distribution energy between equalized channel and the no-equalized channel, a practical delay-estimation algorithm is proposed, it makes a significant decline in the amount of computing. The cost function of the MMSE equalization algorithm is improved, as the simulation shows, under the conditions of the same mean-square error, the bit rate and the SNR are better than the original algorithm.

Key words: discrete multi-tone (DMT); time domain equalization (TDE); MMSE; cyclic prefix

1 引言

不对称数字用户环路(ADSL)技术是基于铜线接入的一种先进的宽带接入技术, 它能为用户在 9000 至 12000 英尺的距离上提供高达 1.5Mb/s 的上行信道速率和 8Mb/s 的下行信道速率^[1]. 但是, 当各子信道之间的正交性被破坏时, 导致了子信道之间的功率泄漏, 从而引起严重的串扰; 另外, 双绞线中存在近端串音和远端串音, 二线回路平衡性不好引起的噪声、串音及失真等各种干扰, 使得 ADSL 系统的接收端误码率大, 传输质量下降, 引起传输速率的下降^[2]. 对于产生的符号间干扰(ISI), 采用缩短信道的记忆时长, 再在传送信号的每个字符块前加入循环前缀的方法来消除^[3]. 但是, 如果循环前缀太大将加大发送器的发送功率, 使系统性能有所损失.

文中对 ADSL 的各种时域均衡训练算法进行了分析和总结, 根据时域均衡前后信道能量的分布

关系, 对 MMSE 算法时延进行预估计, 并对代价函数进行了相应的改进.

2 DMT 系统时域均衡训练算法

时域均衡器训练通常包括两部分: (1) 初始化时发送接收端已知的训练序列的均衡; (2) 根据信道缓慢变化来调整均衡系数的自适应. 文中讨论的时域均衡算法是基于初始化时的均衡, 即在传输前的训练阶段发送一个接收方已知的训练序列, 接收方根据收到的训练序列测量信道的冲击响应和噪声功率谱密度, 并由此计算信道的信噪比.

2.1 最小均方误差(MMSE)算法

MMSE 时域均衡器设计方法的基本流程如图 1 所示. 其目的是对信道进行均衡, 使信道 h 和时域均衡器 w 的级联等于目标冲击响应 b , 即 TEQ 支路和 TIR 支路的输出误差最小^[4-5].

MMSE 算法步骤:

(1) 伪随机序列发生器所产生的输入信号

$x(n)$ 与信道卷积再加入噪声,得到输出信号 $y(n)$;

(2) $x(n)$ 经过延时 Δ , 与输出信号作差得到误差 e ;

(3) 加入约束条件, 计算出最小均方误差并保存;

(4) 若 Δ 没有遍历完毕, 则跳至步骤(2), 否则跳至步骤(5);

(5) 在每次更改 Δ 遍历所得的最小均方误差中, 取其最小值所对应的 Δ 、 w_{opt} 、 b_{opt} 即为所求值。

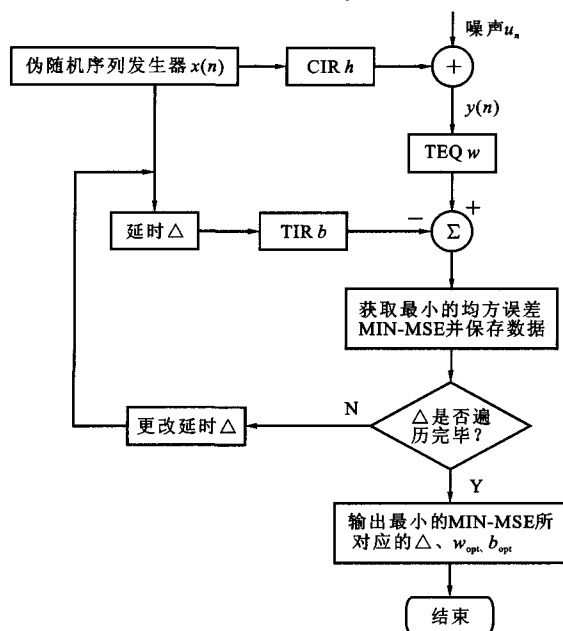


图1 MMSE时域均衡算法流程图

步骤(3)中, 求最小均方误差时的代价函数为

$$J = E\{e_k^2\} =$$

$$E\left\{\left([x_{k-\Delta} \cdots x_{k-v-\Delta} \quad y_k \cdots y_{k-Nw+1}] \cdot \begin{bmatrix} -\vec{b} \\ \vec{w} \end{bmatrix}\right)^2\right\} \quad (1)$$

其中, $\vec{b} = [b_0 \cdots b_v]^T$ 是 TIR 的抽头系数, $\vec{w} = [w_0 \cdots w_{Nw-1}]^T$ 是 TEQ 的 Nw 个抽头系数; Δ 是由于信道引起的延时; $E\{\cdot\}$ 表示取期望值。对式(1)展开表示, 并取期望值, 则代价函数 J 可以用信号 x_k 和 y_k 的互相关与自相关矩阵表示

$$J = \vec{b}^T \tilde{R}_{xx} \vec{b} - \vec{b}^T R_{xy} \vec{w} - \vec{w}^T R_{yx} \vec{b} + \vec{w}^T R_{yy} \vec{w} \quad (2)$$

其中, $\tilde{R}_{xx} = E\{x_k x_k^T\}$, $R_{xy} = E\{x_k y_k^T\}$,

$$R_{yx} = E\{y_k x_k^T\}, R_{yy} = E\{y_k y_k^T\}.$$

MMSE-TEQ 设计使接收信号的 SNR 最大化, 增强了接收信号功率谱较强的部分, 削弱了功率谱较弱的部分, 使得 SNR 较低的子信道上传输的数据难以解调, 从而使系统的传输速率受到一定的影响。

2.2 最大缩短信噪比(MSSNR)时域均衡算法

实际上, 无论怎样选取 TEQ 的抽头系数 $w(n)$

都不能使 SIR 的系数 $b(n)$ 的能量集中在 $v+1$ 个连续样值之内, 而让剩余的样值能量为零。为了衡量缩短后信道的性能, 定义缩短信噪比(SSNR)为 $b(n)$ 中幅度最大的 $v+1$ 个连续样值的能量之和与剩余的样值能量之和的比值, MSSNR 算法就是最大化这个比值 SSNR。SSNR 越大表示信号越多集中在所期望的连续 $v+1$ 个样值中, TEQ 的效果就越好。即在总的信道冲击响应上开一个长度为 $v+1$ 的窗, 使得窗内能量最大, 窗外泄漏的能量最小^[4-5]。

MSSNR 算法可以最小化引起 ISI 的 SIR 部分, 如果窗外能量为零, 即可以完全消除 ISI。但是该算法只是最小化了窗外的能量, 忽略了残余 ISI 在频域的分布, 故不能保证最大化信道容量。另外由于 MSSNR 算法求解要涉及到特征值分解和 Cholesky 分解, 计算复杂度也相当大。

2.3 最小码间串扰(Min-ISI)设计方法

Min-ISI 方法模型通道 可以被认为是一个以离散时域脉冲响应 h_k 的 FIR 滤波器。在信道模型中, 接受端所收到的信号为 $h_k * x_k + n_k$ (其中 $*$ 代表两个因子的卷积)^[4-5]。所以, TEQ 的输出可以写为:

$$y_k = h_k * x_k * x_k + u_k * x_k \quad (3)$$

接收信号可以分成三个部分: 有用信号、ISI、噪声。最小 ISI 方法就是最小化所有子信道 ISI 干扰能量和, 并且以限制信号能量的脉冲响应值为 1 作为约束条件, 求得最优的抽头系数解 w_{opt} 。

Min-ISI 可以看作 MSSNR 方法的推广, 但在实用方面, Min-ISI 存在很多的不足, 首先对传输延时较为敏感; 其次是并不是对所有 TEQ 长度有效, 如不能用于设计长于 $v+1$ 个抽头的 TEQ, Cholesky 分解求解广义特征值问题, 导致算法也较为复杂。

3 改进的 MMSE 算法(预估计延时法 delay pre-estimation)

根据以上分析, MMSE 算法最小化了 TIR 和 SIR 之间的误差, 实现简单, 是目前比较常用的 TEQ 设计方法, 但是其运算涉及到多次遍历 delay 求特征值的问题, 导致运算量较大。文中针对 MMSE 方法的不足进行了优化, 使其在运算量和性能上都能达到较好的效果。图 2 为改进的 MMSE 均衡算法流程图。

MMSE-DPE 算法步骤:

(1) 伪随机序列发生器所产生的输入信号 $x(n)$ 与信道卷积再加入噪声, 得到输出信号 $y(n)$;

(2) 根据均衡前后信道能量分布的关系, 利用预估计算法计算出延时 Δ_{opt} ;

(3) $x(n)$ 经延时 Δ_{opt} , 与输出信号作差得到误差 e ;

(4) 加入约束条件, 计算出最小均方误差 MIN-MSE;

(5) 输出 MIN-MSE 所对应的 $w_{\text{opt}}, b_{\text{opt}}$ 即为所求。

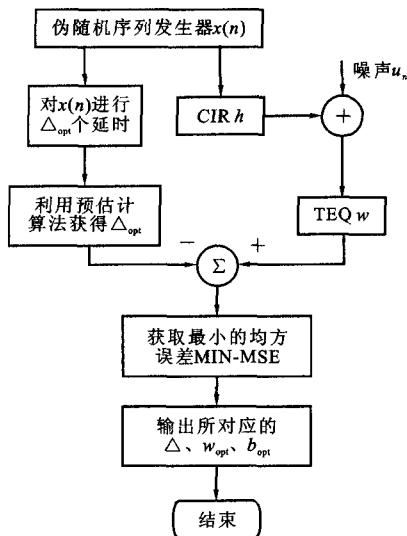


图2 MMSE-DPE 时域均衡算法流程图

在 MMSE-DPE 算法中, 文中对算法流程和代价函数矩阵两个方面进行了改进, 下面分两个部分进行讨论。

3.1 流程的改进

在原始的 MMSE 均衡算法中, 为了求得最优的 w_{opt} , 对于给定的 Δ , 需要计算矩阵的 Cholesky 分解、矩阵的逆, 以及求与矩阵的最小特征值对应的特征向量。但对于如何确定 Δ 值, 目前大多采用穷举法, 对每一个可能的 Δ 值, 都用最优算法计算相应的 w_{opt} , 然后将产生最小 MSE 的 Δ 和 w_{opt} 作为最终的解。而 Δ 可以取 $[0, N + N_w - v - 2]$ 这个集合中的任意整数(仿真中数据范围 $[5, 35]$), 可见找到一个最优的 w_{opt} , 计算量是相当巨大的。信道均衡后, Δ 最优值的定义应该为

$$\Delta_{\text{opt}} = \arg \max_{\Delta} \frac{h_{\text{eff}(\text{win})}}{h_{\text{eff}(\text{out})}}$$

其中, $h_{\text{eff}}(n)$ 是均衡后信道的冲击响应 $h_{\text{eff}} = h * w_{\text{opt}}$, $h_{\text{eff}(\text{win})}$ 是 $h_{\text{eff}}(n)$ 中延时 Δ 的 v 个连续抽样的能量和, $h_{\text{eff}(\text{out})}$ 是 $h_{\text{eff}}(n)$ 中其余抽样的能量和。

然而, 由于 w 是未知的, 因此 $h_{\text{eff}}(n)$ 是未知的, 所以无法用上式求出 Δ_{opt} 。但从均衡器的物理概念出发, 发现通信系统中加入均衡器的目的, 是要按设

计者的意愿去优化物理信道的特性, 要使 $h_{\text{eff}}(n)$ 的能量尽量集中于一个包含 $v+1$ 个抽样的窗内, 而不管这个窗相对于第 1 个抽样有多少延迟。显然若 $h_{\text{eff}}(n)$ 的能量分布与 $h(n)$ 的能量分布相似时, 则上面希望得到的均衡结果是容易取得的^[6]。相反, 如果无视 $h(n)$ 的能量分布, 而让 $h_{\text{eff}}(n)$ 的主能量区完全偏离 $h(n)$ 的主能量区, 则期望的均衡结果是很难取得的。因此, 基于 $h(n)$ 与 $h_{\text{eff}}(n)$ 的能量分布应具有很强的相似性这一事实, 用 $h(n)$ 代替 $h_{\text{eff}}(n)$ 来估计最优 Δ , 即

$$\Delta_{\text{opt}} = \arg \max_{\Delta} \frac{h_{(\text{win})}}{h_{(\text{out})}}$$

其中, $h_{(\text{win})}$ 是 $h(n)$ 中延时 Δ 的 v 个连续抽样的能量和, $h_{(\text{out})}$ 是 $h(n)$ 中其余抽样的能量和。

在 MMSE-DPE 算法的步骤(2)中, 由于 $h(n)$ 是已知的, 可以利用上式估算出 Δ_{opt} 作为相应算法的 Δ , 而无需再对每一个 Δ 值遍历计算, 只需对 $h(n)$ 进行一次遍历即可获取估算的值, 从而大大减少了运算量。

3.2 代价函数的改进

在 MMSE-DPE 算法步骤(4)中, 文中对代价函数进行了重新定义, 利用三角函数矩阵, 直接将发送信号与循环卷积矩阵带入代价函数, 进而再求解。

根据克罗内克三角函数的参数定义 $(N + N_w - 1) \times N_b$ 阶窗矩阵 T

$$[T]_{m,n} = \begin{cases} 1 & 0 \leq m \leq N + N_w - 1 \\ 0 & 0 \leq n \leq N_b \end{cases} \quad (4)$$

根据 $y(n) = h(n) * x(n) + u(n)$ 对式子进行重新定义

$$\tilde{R}_{xx} = T^T R_{xx} T \quad (5)$$

$$R_{xy}^{\Delta} = T^T R_{xx} H \quad (6)$$

$$R_{yy} = H^T R_{xx} H + R_{uu} \quad (7)$$

其中, H 是 $(N + N_w - 1) \times L$ 阶信道卷积转置矩阵。

$$[H]_{m,n} = h(m-n) \begin{cases} 0 \leq m < N + N_w - 1 \\ 0 \leq n < N_w \end{cases} \quad (8)$$

$R_{xx} = E\{x_k x_k^T\}$, $R_{uu} = E\{u_k u_k^T\}$ 分别是输入信号采样 x_k 的 $(N + N_w - 1) \times N_w$ 阶自相关矩阵和噪声采样 u_x 的 $N_b \times N_b$ 阶自相关矩阵。

代价函数式(2)可重写为

$$J = b^T T^T R_{xx} T b - b^T T^T R_{xx} H w - w^T H^T R_{xx} T b + w^T H^T R_{xx} H w + w^T R_{uu} w \quad (9)$$

对 b 取梯度并等于零

$$\frac{\partial J}{\partial b} = 2T^T R_{xx} T b - 2T^T R_{xx} H w = 0$$
$$\Rightarrow b_{\text{opt}} = T^T H w \tag{10}$$

将 b 带入式(9)

$$J = w^T (H^T R_{xx} H - H^T R_{xx} T T^T H) w + w^T R_{ux} w \tag{11}$$

为了防止 b 和 w 解都为零的情况,对其进行约束

$$b^T b = w^T H^T T T^T H w = 1 \tag{12}$$

利用式(11) 和式(12) 形成拉格朗日方程^[7]

$$L(b, \lambda) = w^T (H^T R_{xx} H - H^T R_{xx} T T^T H) w + w^T R_{ux} w + \lambda (w^T H^T T T^T H w - 1) \tag{13}$$

令 $A = H^T R_{xx} H - H^T R_{xx} T T^T H + w^T R_{ux} w$
 $B = H^T T T^T H$

将式(13) 对 w 取梯度,并等于零,则有

$$A w = \lambda B w \tag{14}$$

将 B 进行 Cholesky 分解得到 $\sqrt{B}$, 则 w 的最终解为

$$w_{\text{opt}} = (\sqrt{B})^{-1} P_{\min} \tag{15}$$

其中, $P_{\min}$ 为组合矩阵 $(\sqrt{B})^{-1} A (\sqrt{B}^T)^{-1}$ 中最小特征值相应的特征向量。

4 仿真实验

4.1 运算量对比仿真

文中的仿真在 CSA 典型环路 1 上进行,输入信号的功率为 23dBm,系统编码增益(Code Gain) 定为 4.2dB,信噪比裕量(margin)取 DSL 应用的典型值 6dB,则信噪比差额 $\Gamma = 9.8 + \text{margin} - \text{CodeGain} = 11.6\text{dB}$,目标冲击响应阶数 $N_b = 32$. 图 3 为 MMSE-DPE 算法在均衡器阶数 $N_w = 16$ 时信道均衡后的冲击响应. 表 1 为相同条件下预估计法同其他各均衡算法的性能参数比较.

表 1 MMSE-DPE 算法同其他各算法的性能比较

参数	MSSNR	Min-ISI	MMSE	MMSE-DPE
Δ	26	28	26	28
Rate(bit/s)	6.3e6	9e6	4.8e6	6.9e6
SNR(dB)	42.7	45.3	40.3	40.5
SSNR(dB)	45.8	45	26.9	34.4
MSE	—	—	5.4e-3	5.8e-3
耗时(s)	0.0780	1.0790	1.0160	0.8750

从表 1 中可以看出,在均方误差相近的情况下,MMSE-DPE 算法在速率和信噪比上都优于原始算

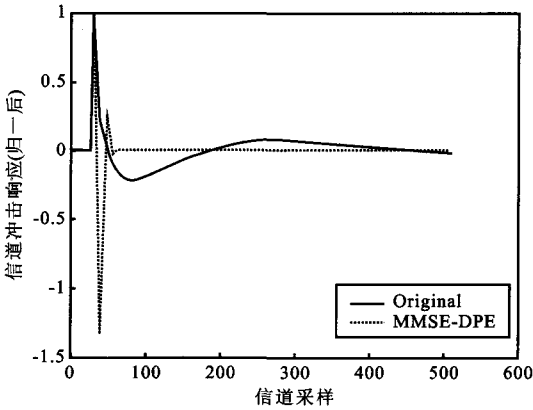


图 3 原始信道以及 MMSE-DPE 方法均衡后的信道法. 同时, MMSE-DPE 算法在比特速率上优于 MSSNR 算法,在时间损耗上少于 Min-ISI 和原始算法. 特别值得说明的是,该仿真实验 Δ 的遍历范围定义的是 $[5:35]$,而实际中 Δ 可取的遍历范围是 $[0, N + N_w - v - 2]$,如果整体都进行遍历的话,那么改进算法对耗时的改善更明显.

4.2 性能参数对比仿真

为了验证 MMSE-DPE 算法的优越性,在实验 1 的仿真环境下,更改时域均衡器阶数,对比原始 MMSE 算法和 MMSE-DPE 算法的性能参数. 图 4 ~ 图 6 为不同均衡器阶数下两种算法的比较.

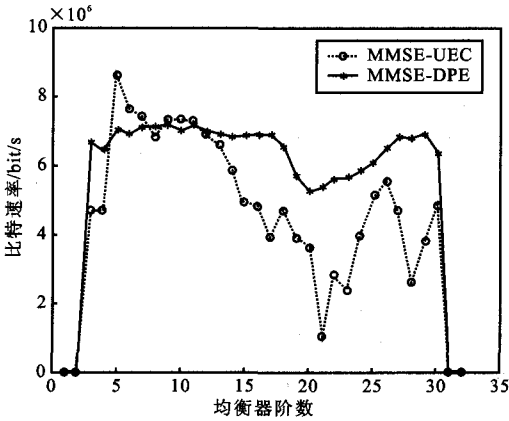


图 4 不同均衡器阶数下的可达比特率

通过仿真结果比较,可以看出,在均方误差相近的情况下,优化后的 MMSE 算法在缩短信噪比和可达比特速率上都优于原始算法.

5 结束语

文中对 MMSE 算法从估计延时和代价函数两个方面进行了优化. 仿真实验可以证明,优化后的 MMSE-DPE 算法,运算量大大降低,在均方误差接近的情况下,SSNR 和可达速率都有明显的提高,而且平稳性较好. 另外,经过验证,文中改进的预估计

Δ 的方法,同样也可适用于其他均衡算法的优化.

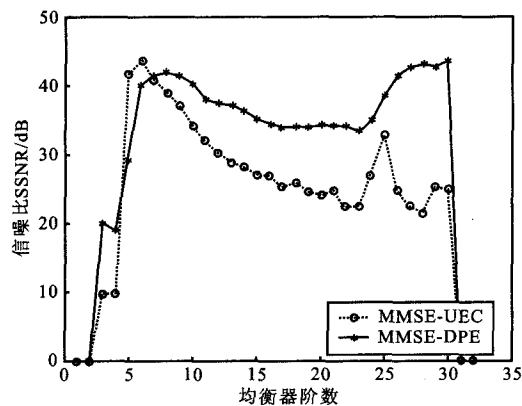


图5 不同均衡器阶数下的缩短信噪比

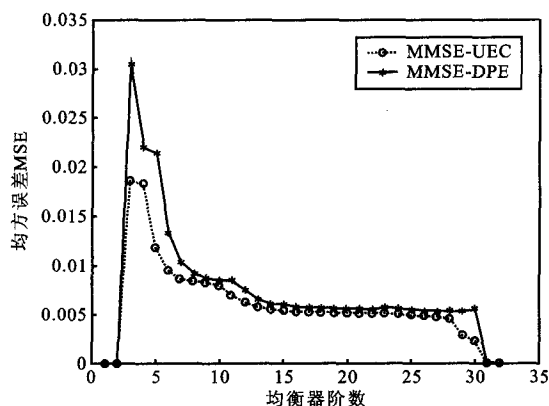


图6 不同均衡器阶数下的最小均方误差

参考文献:

- [1] 陈晓. 非对称数字用户线语音分离器设计[J]. 微电子学与计算机, 2006, 23(12): 165-167.
- [2] 相里瑜. ADSL 用户端 MODEM 中的均衡和回波消除技术研究[D]. 天津: 南开大学, 2003.
- [3] 胡峻岭, 刘文江, 王勇. 数字锁相实现 ADSL 系统中的时钟同步[J]. 微电子学与计算机, 2003, 20(12): 19-21.
- [4] Güner Arslan, Brian L Evans, Sayfe Kiaei. Equalization for discrete multitone transceivers to maximize bit rate[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(12): 3123-3135.
- [5] 陈王骞. 基于 DMT 调制研究[D]. 成都: 电子科技大学通信与信息工程学院, 2008.
- [6] 丁家昕, 何鹏, 周正. DMT 系统中一种易于实现的时域均衡器[J]. 通信学报, 2004(1): 110-116.
- [7] Guner Arslan, Biao Lu, Lloyd D Clark, et al. Iterative refinement methods for time domain equalizer design [C]// Hindawi Publishing Corporation EURASIP Journal on Applied Signal Processing. USA: Austin, 2006: 1-12.

作者简介:

卢绪成 男, (1985-), 硕士研究生. 研究方向为信号与通信系统、图象处理与可视化技术.

魏江 男, (1968-), 副教授. 研究方向为图像工程与可视化技术、信息获取与处理.

(上接第 109 页)

参考文献:

- [1] 徐培华. 简化 UMHexagonS 算法的探讨与改进[J]. 微处理机, 2008(6): 96-98.
- [2] 李海燕. H. 264 运动估计算法在 Imagine 流处理器上的加速实现[J]. 计算机科学与工程, 2006, 28(9): 47-49.
- [3] 杨育红. 快速运动估计 UMHexagonS 算法的探讨与改进[J]. 计算机工程与应用, 2006(11): 52-54.
- [4] 郑艺玲. UMHexagonS 算法的优化研究[J]. 广西工学院学报, 2009(3): 10-14.
- [5] Xiaoquan Yi. Improved and simplified fast motion estimation for JM [EB/OL]. [2010-01-15]. <http://wftp3.itu.int/av-arch/jvt-site/>.
- [6] Horn B K P, Rhunck B G. Determining optical flow [J]. Artificial Intelligence, 1981, 17(1/3): 185-203.
- [7] Hu W M, Tan T N, Wang L, et al. A survey on visual surveillance of object motion and behaviors[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, 2004, 34(3): 334-352.
- [8] 汪烈军. 一种改进的快速块匹配运动估计算法[J]. 微电子学与计算机, 2007, 24(6): 106-109.
- [9] 孙力帆. 基于块时空相关性的 H. 264 快速帧间模式选择算法[J]. 微电子学与计算机, 2009, 26(3): 117-121.
- [10] Zhibo Chen. Fast integer pel, fractional pel motion estimation for JVT [EB/OL]. [2010-01-19]. <http://wftp3.itu.int/av-arch/jvt-site/>.

作者简介:

刘振宇 男, (1982-), 博士, 助理研究员. 研究方向为射频集成电路设计与多媒体编解码芯片设计.

周莉 女, 硕士, 副研究员. 研究方向为多媒体编解码芯片设计.

陈杰 男, 博士, 研究员, 博士生导师. 研究方向为导航芯片设计与多媒体编解码芯片设计.